5. (HL[1], ex. 3.2-3, pág. 93) Suponha que o Sr. X deseja investir as *6 000 u.m.* que acabou de ganhar no totoloto. Sabendo isto, dois amigos seus, o Pedro e a Joana, ofereceram-lhe oportunidade de se tornar sócio deles em negócios distintos. Em ambos os casos, é suposto investir, para além de dinheiro, algum do seu tempo nas próximas férias. Tornar-se sócio a tempo inteiro no negócio do Pedro requer um investimento de *5 000 u.m.* e *400 horas*, podendo-se estimar um lucro (ignorando o valor do seu tempo de férias) de *4 500 u.m.*. Os valores correspondentes para o negócio com a Joana são de *4 000 u.m.* e *500 horas*, com um lucro estimado em *4 500 u.m.*. Contudo, nem o Pedro nem a Joana exigem exclusividade, ou seja, nenhum deles se importa que o Sr. X seja sócio de ambos, sendo tanto a sua parte do lucro, como do capital investido, proporcionais ao tempo despendido em cada negócio. Estando o Sr. X interessado em despender algum do seu tempo em trabalho durante as referidas férias (nunca mais de *600 horas*), formalize o problema que pretende determinar qual a combinação que fará mais sentido.

a) Represente graficamente a região admissível.

b) Calcule o valor da função objectivo para cada um dos pontos extremos da região admissível. Com base nestes cálculos identifique a solução óptima.

c) No gráfico identifique as possíveis sequências de soluções que serão encontradas se resolver o problema pelo algoritmo do *Simplex*.

d) Identifique a solução básica admissível correspondente a cada ponto extremo da região admissível, calculando o valor das variáveis desvio. Para cada solução básica admissível, identifique quais as variáveis não básicas.

6. Uma empresa tem uma unidade fabril com capacidade de laboração semanal de *70 horas*, onde pode produzir três produtos (**P1**, **P2** e **P3**). Por unidade que se produza de **P3** é utilizada uma hora desta capacidade, enquanto que a produção unitária de **P1** e **P2** necessita, respectivamente, do dobro e do triplo desse tempo. Os três produtos, quando prontos, são guardados num armazém que tem disponíveis *100* m^3. Cada unidade de cada um dos produtos ocupa *1* m^3. As margens brutas unitárias conseguidas com cada um dos produtos são de *10*, *15* e *5 u.m.*, respectivamente.

a) Formule um problema de PL que lhe permita maximizar a margem bruta total.

b) Utilize o método do *Simplex* para determinar as SBAs óptimas.

c) Elabore um pequeno relatório a apresentar à empresa, salientando os aspectos mais relevantes do plano de produção que pensa que deve ser seguido.

7. Resolva pelo algoritmo do *Simplex* os problemas das alíneas **a)**, **c)**, **d)**, **e)**, **h)** e **j)** do exercício **3**.

---
[1] Hillier, Lieberman, “Introduction to Operations Research”, 8ª edição, McGraw-Hill, 2005.

8. Considere o seguinte problema **P**:

$$Max\ z = x_1 - 3x_2$$

$$\text{s.a:}\ \begin{cases} \frac{1}{3}x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 - x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

a) Resolva **P** graficamente.
b) Qual a solução que satura a 1ª restrição e tem valor nulo para x_2. Classifique-a.
c) Apresente **P** na forma standard e na forma aumentada.
d) Obtenha uma solução admissível para **P** aplicando uma iteração do Simplex.

9. A direcção de uma fábrica, pretendendo maximizar a margem bruta (expressa em *u.m.*) obtida com a produção de dois produtos, **P1** e **P2**, formalizou o seguinte problema de PL:

$$MaxZ = 20x_1 + 10x_2$$

s.a:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \leq 18 & \text{secção 1 (h.m.)} \\ x_1 + x_2 \leq 10 & \text{secção 2 (h.m.)} \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 20 & \text{exigências de mercado} \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Resolva o problema e escreva um <u>pequeno</u> relatório a apresentar à direcção da fábrica salientando os aspectos mais relevantes do plano produtivo que deverá ser seguido.

10. Resolva os seguintes problemas de PL:

a) $Max\ Z = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3$

s. a:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 20 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 30 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

b) $Max\ Z = 2x_1 + 2x_2 + 3x_3$

s. a:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 4 \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 3 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

c) $Min\ Z = -2x_1 + x_2 - x_3$

s. a:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 \leq 60 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 10 \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 20 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

d) $Max\ Z = x_1 + 2x_2 + 4x_3$

s. a:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 10 \\ x_1 + 4x_2 + x_3 \leq 8 \\ 2x_1 + x_3 \leq 7 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

11. Considere o seguinte quadro do Simplex referente a um problema de maximização:

variáveis básicas	coeficientes de z	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Segundos Membros
z	1	$\boldsymbol{c}$	0	2	0	0	9
x_2	0	-1	1	$\boldsymbol{a_1}$	0	0	3
x_4	0	$\boldsymbol{a_2}$	0	-3	1	0	1
x_5	0	$\boldsymbol{a_3}$	0	4	0	1	2

Exprima para que valores de $\boldsymbol{a_1}$, $\boldsymbol{a_2}$, $\boldsymbol{a_3}$ e $\boldsymbol{c}$ as seguintes proposições são verdadeiras:

a) a solução corrente é óptima;

b) a solução corrente é óptima e há pelo menos uma solução básica óptima alternativa;

c) a função objectivo é ilimitada.